

К вопросу о формировании комплементарной ЛОГИКИ

Антипенко Л.Г., Институт философии РАН
chistrod@yandex.ru

Аннотация: К проблеме формирования комплементарной логики подвела задача логического обоснования совместимости двух типов связи между объектами, открытых в квантовой физике. Речь идёт, с одной стороны, о силовой, причинно-следственной связи, которая находит логическое обоснование в традиционной экстенциональной логике. С другой стороны, имеется в виду связь корреляционная (квантово-информационная), служащая средством мгновенной передачи от одного объекта к другому (квантовой) информации. Её обоснование потребовало обращения к интенциональной логике. В связи с этим возник вопрос, какая алгебра лежит в её основе. Ориентируясь на булеву алгебру экстенциональной логики, автор полагает, что в контексте интенциональной логики законы взаимоотношений между элементами булевой алгебры могут быть заменены законами взаимоотношений между операторами, используемыми при описании явлений в квантовой механике. Поскольку среди множества операторов, воздействующих на волновые функции, одни коммутируют друг с другом, а другие не коммутируют, предсказания результатов измерений различных физических величин в квантовой механике являются вероятностными. С этим же связана специфика корреляционных связей. Комплементарная логика создаётся путём синтеза экстенциональной и интенциональной логики. В рамках комплементарной логики выясняется, что корреляционные связи, имеющие место между элементарными частицами, могут быть перенесены в область взаимоотношений между людьми. Со стороны квантовой механики такой вывод напрашивается, исходя из интерпретации редукции волновой функции на основе принципа психофизического параллелизма. Такую интерпретацию предложил в своё время Дж. фон Нейман.

Ключевые слова: экстенциональная логика, интенциональная логика, два типа алгебры логики, синтез

Само название комплементарной логики свидетельствует о том, что в основе её построения лежит сформулированная Н. Бором идея дополнительности: *contraria sunt complementa* (противоположности – дополнительны). К этой идее добавляется металогическая операция привации, заимствованная из фундаментальной онтологии Мартина Хайдеггера. Она позволяет осуществить синтез экстенционального и интенционального аспектов современной математической логики как противоположных начал логической дисциплины мысли (далее вместо термина «аспект» будем использовать для краткости термин «логика»). Синтез достигается посредством *привативного* перехода от одного контекста к другому.

Хайдеггер определяет привацию в виде следующего суждения: «Если мы нечто отрицаем так, что не просто исключаем, а, скорее, фиксируем в смысле недостачи, то

такое отрицание называют *привацией* (*Privation*). [Хайдеггер М., С. 86]. Образец применения привации можно найти в платоновском диалоге «Софист», где говорится о том, что недостача бытия, взятого не как целое, а как единое (единое во многом), приводит к ничто. По аналогии с платоновским Ничто нам предстоит выяснить значение пустого класса (множества) в исчислении классов и установить его роль в процедуре сведения к единству двух затронутых нами противоположных начал. А для этого, в свою очередь, требуется выяснить, в чём заключаются их онтологические предпосылки. Привносимая в логику идея дополнительности требует пересмотра прежних о них представлений, согласно которым достаточно было полагаться на понятия вещи, свойства и отношения [Уемов А.И.]. Комплементарная логика требует соблюдение условия, при котором не просто абстрактно констатируется факт существования вещей, свойств и отношений, но устанавливается принципиальное различие между двумя типами отношений, связующих вещи. Имеются в виду связи локальные и нелокальные, *коррелятивные*. Коррелятивная связь вступает во власть над вещами тогда, когда влияние одной вещи на другую реализуется мгновенно, что воспринимается так, как если бы между вещами была удалена пространственная и временная протяжённость.

Проще всего подойти к решению данной задачи с алгебраической стороны современного варианта формальной логики. Как известно, в основе логического исчисления как такового лежит алгебра логики, разработанная Дж. Булем (1815–1864) и Э. Шрёдером (1841–1902). Внимательное знакомство с этой алгеброй позволяет не только выявить онтологические предпосылки экстенциональной логики, но и выделить в ней то звено, которое направляет мысль к противоположному началу логики. Такую возможность предоставляет нам, в частности, превосходная книга французского автора Л. Кутюра «Алгебра логики». В ней сразу же разъясняется, что алгебра логики оперирует буквами, рассматриваемыми как определённые термины. Эти термины могут быть, смотря по обстоятельствам, понятиями или предложениями [Кутюра Л., С. 2–3]. Наряду с понятиями используются классы (множества), так что можно отдельно представить исчисление классов. «В действительности, – пишет Кутюра, – получается три различных исчисления или, в той части, где они совпадают, три различных интерпретации одного исчисления» [Кутюра Л., С. 2].

Основным отношением, используемым в алгебре логики, служит бинарное отношение включения, обозначаемое Кутюра знаком $<$. Если $a < b$, то это означает следующие возможности: 1) для понятий: понятие a подчинено понятию b ; 2) для классов: класс a содержится в классе b ; 3) для предложений: a , следовательно b , или: из предложения a следует предложение b , или: если a , то b . С точки зрения односторонне содержательного истолкования понятия пункт (1) можно выразить так, что понятие b содержится в понятии a (например, в понятие *человек* включается понятие *смертность*, поскольку заранее предполагается, что все люди смертны).

Следующий важный шаг, заслуживающий особого внимания, состоит в формальном определении терминов 0 и 1. Существует термин 0 такой, что для всякого термина x

$$0 < x.$$

И существует термин I такой, что для всякого x

$$x < I.$$

Ввиду этих определений получаются следующие включения:

$$0 < 0, 0 < I, I < I.$$

На языке множеств эти два символа интерпретируются соответственно как пустое множество и универсальное множество (универсальный класс). При этом пустое множество является (несобственным) подмножеством всякого другого множества, в том числе и универсального. На языке предложений термины 0 и I интерпретируются как *истина* и *ложь*. Кутюра заявляет: «Две интерпретации этих терминов дают место парадоксам, коих мы не будем выяснять здесь и которые будут оправданы дальнейшей теорией» [Кутюра Л., С. 17–18].

Чтобы узреть сразу же источник парадоксов, поставим в параллель четыре позиции, относящиеся соответственно к классам и предложениям.

1. $I < I$: универсальный класс принадлежит самому себе;
2. $0 < I$: пустой класс принадлежит универсальному классу;
3. $0 < 0$: пустой класс принадлежит самому себе;
4. $I \not< 0$: универсальный класс не принадлежит пустому классу.

Для предложений соответственно имеем:

- 1'. верно (истинно), что из предложения со значением *истина* следует истинное предложение;
- 2'. верно, что из ложного предложения следует истинное предложение;
- 3'. верно, что из ложного предложения следует ложное предложение;
- 4'. неверно (получается ложь), что из истинного предложения следует ложное предложение.

При такой трактовке истины и лжи получаются предложения одновременно истинные и ложные, т.е. противоречия. Достаточно отождествить универсальный класс с множеством всех нормальных множеств, как мы придём к противоречию, именуемому антиномией Рассела. На уровне предложений мы получаем известный с античных времён парадокс «Лжец», сформулированный около двух с половиной тысяч лет тому назад Эвбулидом. Как известно, с учётом такого рода противоречий-антиномий Н. А. Васильевым была создана так называемая Воображаемая логика (по типу Воображаемой геометрии Лобачевского), названная впоследствии паранепротиворечивой логикой (см. [Васильев Н. А.]).

Самый простой способ, который обычно предлагают для избавления от противоречий типа расселовской антиномии, состоит в том, чтобы объявить: универсальный класс *несуществующим*. Но этот способ далёк от разрешения проблемы с парадоксами, которые имел в виду Кутюра и примеры которых здесь приведены. Скорее, следует искать способ их решения на противоположном полюсе, т.е. в раскрытии сущности пустого класса. Здесь как раз, как нам представляется, и располагается средостение экстенциональной и интенциональной логики. Дело в том, что всякий непустой класс в экстенциональной логике заполняется элементами, каждый из которых заведомо принадлежит (в качестве элемента) какому-нибудь классу. В

конечном итоге он принадлежит единичному классу, потому что в каждом (непустом) множестве существует единичное (под)множество. И если мы хотим, как указывал когда-то П.А. Флоренский, принять во внимание такой объект, как человек, то надо понимать, что в личностном плане он уникален. А в экстенциональном контексте логики человеческий индивид представляется в качестве состояния стяжения (*status contractionis*) общего понятия, как результат сужения объёма класса до единичного класса [Флоренский П.А., С. 518]. Одним словом: индивид будет отождествляться со своим единичным классом.

В этом свете пустой класс служит показателем того, что помимо предметов, свёртываемых в непустой класс, существуют предметы, единство которых задаётся иным способом и не находит выражения в экстенциональном универсуме. Экстенциональный универсум «претерпевает» их недостатку, на что указывает применение приваации и её результат – пустой класс (пустое множество). Привативный смысл пустого множества проявляется как раз на примере разрешения антиномии Рассела. Если исключить из множества всех нормальных множеств пустое множество, то противоречие устраняется, а пустое множество обретает другой статус, другой смысл своего существования [Антипенко Л.Г., С. 127]. Оно становится показателем того, что каждое множество объектов дополняется другой совокупностью объектов, исключаемых из множества всех нормальных множеств. Потому-то на пути синтеза экстенциональной и интенциональной логики без операции приваации никак нельзя обойтись.

Действовала и раньше установка, согласно которой синтез экстенциональной и интенциональной логики предполагал обращение к рассмотрению содержания понятия. Но ему недоставало увидеть различие между объектом, для которого сингулярный класс остаётся пустым, и объектом, который отождествляется со своим сингулярным классом.

Известен только один способ объединения объектов, помимо включения их в тот или иной класс. Это – вероятностно-статистические ансамбли индивидов. Как целое каждый такой ансамбль предстаёт в форме математического ожидания, или, по терминологии Людвиг Виттгенштейна, как «атомарный факт». Атомарный факт Виттгенштейн представлял как *целое*, открывающее *возможности* вхождения в него объектов, но, к сожалению, оставил их (возможности) без вероятностной оценки. Об этом можно судить по содержанию ряда исходных положений, изложенных в его *Логико-философском трактате*, таких как:

1.1. Мир есть совокупность фактов, а не предметов.

1.1.1. Потому что совокупность всех фактов определяет как всё то, что имеет место, так и всё то, что не имеет места.

1.1.2. Факты в логическом пространстве суть мир.

1.21 Любой факт может иметь место или не иметь места, а всё прочее при этом остаётся тем же самым.

2. То, что имеет место, что является фактом, – это существование атомарных фактов.

2.01 Атомарный факт есть соединение объектов (вещей, предметов)...

2.0122 Предмет самостоятелен, поскольку он может существовать во всех *возможных* обстоятельствах, но эта форма самостоятельности является формой связи с атомарным фактом, формой зависимости....

2.0123 Если я знаю объект, то тем самым я знаю и все возможности его вхождения в атомарные факты. (Каждая возможность должна быть заложена в природе объекта) (см. [Витгенштейн Л.]).

Так и квантовая механика представляет поведенческие возможности и вероятности элементарных частиц, т.е. как заложенные в их внутренней природе.

Если соблюдать условие строгой последовательности в цикле логических операций, применяемых при переходе от экстенциональной логики к логике интенциональной, то потребуются доказать неполноту экстенциональной логики. Возможность доказательства базируется на лемме, известной под названием *принципа абстракции*. Лемма гласит: если S есть однозначное (функциональное) отношение, т.е. такое, когда всем его предыдущим членам соответствует один, и только один, последующий, то отношение $R = S/\check{S}$, где S/\check{S} – относительное произведение отношения S на отношение \check{S} , ему обратное, симметрично и транзитивно. (Функциональность отношения S означает, что задана область его определения и устанавливается область значений). Строго последовательное доказательство самой леммы дано в книге автора [Антипенко Л.Г., С. 91–93], здесь же мы сосредоточим внимание лишь на его результатах.

Принцип абстракции, вообще говоря, утверждает, что всякая совокупность вещей, входящая в класс K , такова, что её элементы попарно связаны между собой симметричным и транзитивным отношением (назовём его отношением эквивалентности). Экстенциональная логика удовлетворяла бы критерию полноты, если бы можно было доказать обратную теорему по отношению к данной. Однако избежать здесь ошибки, именуемой *petitio principii*, можно лишь при условии индивидуализации каждой вещи из области определения отношения R для того, чтобы можно было сравнивать и уравнивать эти вещи. Тогда получается, что отношение R должно быть вместе с тем и рефлексивным для того, чтобы каждая вещь отождествлялась с самой собой. Это – с одной стороны. С другой стороны, условие рефлексивности, выражаемой равенством $a = a$, удовлетворяется только в том случае, когда сообласть отношения R не является пустой, т.е. когда, помимо $a = a$, имеет место $a = b, a = c$, и так далее. Однако первоначальное отношение R (отношение *эквивалентности*) не содержит в себе свойства рефлексивности: из того, что оно симметрично и транзитивно, нельзя доказать, что оно ещё и рефлексивно.

Итак, получается следующая дилемма. В первом случае вещи подбираются по наличию у них определённого свойства и свёртываются в класс по данному свойству. Здесь не требуется отождествление вещи с самой собой. Во втором случае самоотождествленность вещи ставит её в ряд с другими вещами, между которыми устанавливается отношение *равенства*. Так вот такому отношению подчиняются ансамбли частиц одного и того же сорта в квантовой механике при наличии *сцепления* (перепутывания) между ними. Наглядный образец – регистр в квантовом компьютере, заполненный электронами, взаимно-противоположные направления спинов которых

используются для представления квантовых кубитов информации. Здесь очень важно не упускать из виду следующий момент. Связь частиц, выражаемая термином *сцепление*, всегда даётся вместе с их вероятностным распределением. В случае квантового вычисления это означает, что движение каждого кубита к цели, заданной алгоритмом вычисления, определяется изменением присущей ему амплитуды вероятности на каждом шаге вычисления до тех пор, пока процесс вычисления не заканчивается измерением. Повторные вычисления, играющие роль вероятностно-статистических испытаний, позволяют оценивать вероятность того, насколько полученное в процессе вычисления число близко к подлинному числовому значению.

Если взять не ансамбль сцепленных электронов, а всего лишь один электрон, то можно будет убедиться в том, что его параметры, такие, как спин, спиральность, масса, электрический заряд, имеют вероятностную природу, т.е. предстают как средне-вероятностные величины, или, иначе говоря, математические ожидания. Только вероятностное распределение значений их параметров располагается в этом случае не в пространстве, а во времени, во временной длительности. Время выступает в роли того субъекта, который проводит вероятностно-статистические испытания, поскольку ход его распадается на две фазы «зиг» и «заг» [Пенроуз, Роджер, С. 531–534]), аналогичные систоле и диастоле при сердечном биении.

Чтобы подойти, наконец, к альтернативной (дополнительной) алгебре логики, надо сделать ещё одно замечание. Поскольку свойства квантовых объектов ставятся в зависимость не от чисел или множеств, а от операторов, постольку взаимоотношения между операторами и составляют алгебру интенционального контекста логики. Тем самым, как пишет А. А. Гриб, мы здесь отказываемся от утверждения, приписываемого Пифагору, что мир может быть понят на языке чисел. «Мир классической физики действительно можно понять на языке чисел, но квантовый мир не таков» [Гриб А. А., С. 51]. Для квантового мира характерно действие, переход от одного квантового состояния физической системы к другому. Концентрированным выражением квантовой алгебры логики служит понятие коммутатора, выражение которого даётся равенством

$$[a, b] = ab - ba \quad (1)$$

В зависимости от того, какие физические величины измеряются при наблюдении состояния квантовой системы, коммутатор может быть равным и неравным нулю. Равенства нулю коммутатора означает, что выделенные два оператора коммутируют между собой ($ab = ba$), и в данном состоянии система обладает определёнными значениями соответствующих величин. В противном случае при определённом значении одной величины вторая величина задаётся вероятностным распределением (то есть, каждое её значение представляется только вместе с амплитудой вероятности).

Квантово-интенциональная логика (уточняем название) получает своё завершение, когда в неё вводится оператор, выполняющий примерно те же функции, что приписываются терминам *I* и *0* (*истина* и *ложь*) в алгебре экстенциональной логики. Такой оператор идентифицируется нами с (антиунитарным) оператором обращения времени, введённым в практику квантовых вычислений в [Вигнер Е., С. 386–414]. Оператор Вигнера переводит комплексное число в число, ему сопряжённое.

Поэтому под его действие попадает параметр времени t , умноженный на мнимую единицу i , и сама инверсия приобретает вид

$$it \rightarrow -it \quad (2)$$

Она эквивалентна (с точностью до поворота системы координат на комплексной

плоскости на угол $\frac{\pi}{2}$) преобразованию параметра t в параметр it (переход от вещественной компоненты времени к мнимой). Время несёт на себе разрушительное, энтропийное, начало и начало созидательное, антиэнтропийное, или эктропийное. (Античный бог времени Хронос не только пожирает своих детей, но и порождает их). Это значит, что энтропийные и антиэнтропийные характеристики всякого процесса распределяются по вещественным и мнимым компонентам времени. Их весомость определяется амплитудами вероятности, которые ставятся перед квантовыми значениями вещественного и мнимого параметров. Так мы можем сказать, что в квантово-интенциональном контексте логики место терминов *истинное* и *ложное*, присущих экстенциональному контексту, занимают термины *продуктивный* и *непродуктивный*, введённые в логический дискурс Л. В. Рутковским [Рутковский Л. В., С. 311–321].

Литература

Антипенко Л. Г. Квантовая физика открывает перспективы решения проблемы человеческого сознания // *Метафизика* (научный журнал). – 2016. – №2 (20). – С. 111–123.

Антипенко Л. Г. Проблема неполноты теории и её гносеологическое значение. М.: «Наука», 1986. 224 с.

Васильев Н.А. Воображаемая логика. Избранные труды. М.: «Наука», 1989. – 264с.

Вигнер Е. Теория групп и её приложение к квантовой теории атомных спектров. М.: ИЛ, 1961.

Гриб А. А. Квантовая физика и отказ от наивного реализма // *Метафизика* (научный журнал). – 2015. – № 2 (16). С. 48–71.

Кутюра Л. Алгебра логики (пер. с французского). Одесса, 1909. IV+107+XIII с.

Уемов А.И. Вещи, свойства и отношения. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 184 с.

Флоренский П. А. Столп и утверждение Истины (II). М.: Правда, 1994. 837 с.

Пенроуз, Роджер. Путь к реальности или законы, управляющие Вселенной (пер. с англ.). Москва–Ижевск, 2007. 912 с.

Рутковский Л. В. Основные типы умозаключений // *Избранные труды русских логиков XIX века*. М.: Изд-во АН СССР, 1956. – 404 с. (Гл. IV. Умозаключения продуктивного типа (с.311–321).

Хайдеггер, Мартин. Цолликоновские семинары. Вильнюс: Европейский гуманитарный университет, 2012. 406 с. – С. 86.

Wilczek F. Quantum Time Crystals / arXiv.1202.2537.

Wittgenstein, Ludwig. Tractatus Logico-Philosophicus. New York, 1922.

References

- Antipenko L. G. Problema nepolnoty teorii i ee gnosologicheskoe znachenie [*The problem of theory incompleteness and its epistemological meaning*]. Moscow, Nauka Publ., 1986. – 224 p.
- Antipenko L. G. Kvantovaya fizika otkryvaet perspektivy resheniya problemy chelovecheskogo soznaniya [*Quantum physics and prospective of human consciousness explanation*] // *Metafizika* (nauchnyi zhurnal). – 2016. – №2 (20). – pp. 111–123.
- Vasiliev N. A. Voobrazhaemaya logika [*Imaginary Logic*]. Izbrannye Trudy. Moscow, Nauka Publ., 1989. – 264 p.
- Grib A. A. Kvantovaya fizika i otkaz ot naivnogo realizma [*Quantum physics and naïve realism refusal*] // *Metafizika* (nauchnyi zhurnal). – 2015. – №2 (16). – p. 48–71.
- Rutkovskii L. V. Osnovnye tipy umozaklyuchenii [*Basic types of reasoning*] // *Izbrannye trudy russkikh logikov XIX veka*. Moscow, AN SSSR Publ., 1956. – 404 p.
- Uemov A. I. Veshchi, svoistva i otnosheniya [*Things, properties and relations*]. Moscow, AN SSSR Publ., 1963. – 184 p.
- Florenskii P. A. Stolp i utverzhdenie Istiny [*The Pillar and the Testimony of the Truth*] (II). Moscow, Pravda Publ., 1994. – 837 p.
- Couturat, Louis. *Algèbre de la Logique*. Paris, 1980 (deuxième édition).
- Heidegger, Martin. *Zollikoner Seminare. Protokolle – Zwiegespräche – Briefe*. Frankfurt am Main, 2006. (Russ. ed.: Khaydegger M. *Bytie i vremya*. Translation from German V.V. Bibikhin. 3rd ed., rev. St. Petersburg, Nauka Publ., 2006. 452 p.).
- Penrose, Roger. *The Road to Reality. A Complete Guide to the Laws of the Universe*. (Russ. ed.: Penrouz, Rodzher. *Put' k real'nosti ili zakony, upravlyayushchie Vselenoi*. Transl. from English. Moscow–Izhevsk, 2007. 912 p.).
- Wigner, Eugene P. *Group Theory and its Application to the Quantum Mechanics of Atomic Spectra*. (Russ. ed.: Vigner E. *Teoriya grupp i ee prilozhenie k kvantovoi teorii atomnykh spektrov*. Moscow, IL Publ., 1961.).
- Wilczek F. *Quantum Time Crystals* / arXiv.1202.2537.
- Wittgenstein, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*. New York, 1922.